

### 3 Die ersten beiden Newtonschen Axiome

#### Was ist ein Axiom?

In der Mathematik und in der Logik ist ein Axiom ein (grundlegender) Lehrsatz, der nicht aus anderen Sätzen abgeleitet, d. h. bewiesen werden kann. Die Axiome sind aber deswegen nicht unbegründete Annahmen, sondern gelten als unmittelbar einsichtig und eines Beweises gar nicht bedürftig. (Ausnahmen: Die Axiome der nichteuklidischen Geometrien.) In diesem Sinne kann das dritte Newtonsche Axiom (»actio ist gleich rectio«) als Axiom gelten. Aber wie steht es mit den beiden anderen? Vor der Beantwortung dieser Frage sind ein paar Erklärungen nötig.

Alle grundlegenden Gesetze der Physik sind Verallgemeinerungen der Ergebnisse von meist zahlreichen, mit hinreichender Sorgfalt durchgeführten Beobachtungen von Naturereignissen (Astronomie) oder Experimenten. Ein solches »Naturgesetz« kann durch wiederholte Beobachtungen mit gleichen Ergebnissen im mathematischen Sinn nicht *bewiesen*, sondern lediglich *bestätigt* (verifiziert) werden. Aus den grundlegenden »Naturgesetzen« lassen sich (meist mit Hilfe der Mathematik) Folgerungen ableiten, die durch weitere Beobachtungen bestätigt oder widerlegt werden können. – Wenden wir uns nun den so genannten Newtonschen Axiomen zu, die Newton selbst übrigens Gesetze (lat. *leges*, Einz. *lex*) genannt hat.

**Lex prima:** *Jeder Körper verharrt in seinem Zustand der Ruhe oder gleichförmigen geradlinigen Bewegung, wenn er nicht durch einwirkende Kräfte gezwungen wird, seinen Zustand zu ändern.*<sup>1</sup>

(Sehen wir einmal davon ab, dass Newton in seinem ersten Gesetz einen zuvor nicht definierten Begriff benutzt, nämlich den der *Kraft*. Moderne Formulierungen der *lex prima* umgehen diesen Einwand wie folgt: „Ein sich selbst überlassener [oder: jedem äußerem Einfluss entzogener] Körper verharrt in seinem Zustand der Ruhe oder gleichförmigen geradlinigen Bewegung.“) Die Bedingung der Abwesenheit äußerer Einflüsse ist aber auf der Erde nicht zu erfüllen und wäre selbst im Weltall nur in »astronomischer« Entfernung von anderen Körpern realisierbar. Die *lex prima* ist also kein durch Erfahrung gewonnenes Naturgesetz. Sie ist aber auch nicht unmittelbar einsichtig (wie es bei den mathematischen und logischen Axiomen der Fall ist), sondern ließ sich seinerzeit gegen die Lehre des Aristoteles und der mittelalterlichen Scholastik nur mühsam durchsetzen. Damit ist die *lex prima* auch kein Axiom. Sie ist vielmehr eine geniale Extrapolation aus den Experimenten Galileis, von dem sie eigentlich stammt. All das ändert nichts daran, dass sie für die Physik von grundlegender, gar nicht zu überschätzender Bedeutung ist.

**Lex secunda:** *Die Änderung der Bewegung ist der Einwirkung der bewegenden Kraft proportional und geschieht nach der Richtung derjenigen geraden Linie, nach welcher jene Kraft wirkt.*

Zum Verständnis ist Newtons „Erklärung 2“ nötig: *Die Größe der Bewegung wird durch die Geschwindigkeit und die Menge der Materie vereint gemessen.* Newton versteht also unter *Bewegung* das, was heute *Impuls* genannt wird. Eine moderne Formulierung würde also lauten: Der Größenwert des Impulses (oder kurz: der Impuls) ist das Produkt aus (den Größenwerten) der Geschwindigkeit und der Masse des Körpers.

Die „Menge der Materie“ (gemeint ist die Masse) wird durch Newtons „Erklärung 1“ wie folgt definiert: *Die Menge der Materie wird durch ihre Dichte und ihr Volumen vereint gemessen.* Dies ist eine klassische Zirkeldefinition, da die *Dichte* nur mit Hilfe des Begriffs *Masse* definiert werden kann.

---

<sup>1</sup> Übersetzungen nach J. Ph. Wolfers, *Mathematische Principien der Naturlehre*, Berlin 1872

Die Änderung der Bewegung bedeutet in moderner Sprache die Änderung  $\Delta p$  des Impulses  $p$ . Dann aber kann die Einwirkung der bewegendes Kraft – damit das Gesetz inhaltlich richtig ist – nicht einfach Kraft bedeuten, sondern muss das Produkt aus Kraft  $F$  und ihrer Einwirkungsdauer  $\Delta t$  sein. Damit lautet die lex prima in mathematischer Formulierung richtig:

$$\Delta p \sim F \cdot \Delta t.$$

Diese Aussage ist keineswegs evident und selbstverständlich, und daher kann auch die lex secunda nicht als Axiom im herkömmlichen Sinn bezeichnet werden. Sie beschreibt vielmehr ein durch Beobachtung verifizierbares Naturgesetz.

Durch geeignete Definition der Krafteinheit wird daraus

$$\Delta p = F \cdot \Delta t$$

und in Differentialschreibweise

$$\frac{d\mathbf{p}}{dt} = \mathbf{F}.$$

Setzt man in hierin  $\mathbf{p} = m \mathbf{v}$ , so erhält man

$$\frac{d(m\mathbf{v})}{dt} = \mathbf{F}. \quad (1)$$

Unter der (für Newton als selbstverständlich geltenden) Annahme, die Masse  $m$  des Körpers bleibe konstant, folgt daraus

$$m \frac{d\mathbf{v}}{dt} = m\mathbf{a} = \mathbf{F}.$$

Diese Gleichung wird als *dynamisches Grundgesetz* bezeichnet und als Messvorschrift für Kräfte und im Internationalen Maßsystem SI zur Definition der Krafteinheit Newton (N) benutzt.

Erst die Spezielle Relativitätstheorie hat zusammen mit Beschleunigungsversuchen an sehr schnell bewegten Elektronen ergeben, dass für den Fall, dass sich die Masse infolge der Trägheit der kinetischen Energie verändert, beim Differenzieren der Gleichung (1) die Produktregel angewendet muss, und dann

$$\frac{d(m\mathbf{v})}{dt} = \frac{dm}{dt} \mathbf{v} + m \frac{d\mathbf{v}}{dt} = \mathbf{F}$$

gilt, jedoch nur unter der Voraussetzung dass – bei Massenzunahme – die hinzukommende Masse vorher die Geschwindigkeit null hatte und – bei abnehmender (z. B. abgestoßener) Masse – diese danach ebenfalls die Geschwindigkeit null hat. Allgemein gilt

$$\frac{dm}{dt} \Delta \mathbf{v} + m \frac{d\mathbf{v}}{dt} = \mathbf{F},$$

wobei  $\Delta \mathbf{v}$  die Geschwindigkeitsänderung der aufgenommenen bzw. abgestoßenen Masse ist.

Bei sehr großen (»relativistischen«) Geschwindigkeiten haben Kraft und Beschleunigung nicht unbedingt dieselbe Richtung.