Die physikalische Rumpelkammer

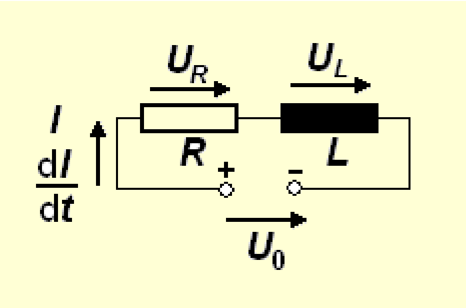
2 Das Minuszeichen im Induktionsgesetz

In einer Spule von N Windungen, die alle vom gleichen magnetischen Fluss Φ durchströmt werden, wird – so die allgemeine Auffassung – die elektrische Spannung

$$U = -N\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t} = -L\frac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}t}$$

induziert, wobei L die Induktivität der Spule ist. Dabei soll das Minuszeichen an die LENZsche Regel erinnern, wonach die Spannung so gerichtet ist, dass sie ihrer Ursache – also der Änderung des magnetischen Flusses und somit der Änderung der elektrischen Stromstärke I – entgegenwirkt. Nun hat aber das Minuszeichen nur dann einen Sinn, wenn zuvor Zählpfeile für die Spannung, für den Strom und für dessen Änderungsgeschwindigkeit $\mathrm{d}I/\mathrm{d}t$ eingeführt wurden. Tut man das aber, dann erweist sich das Minuszeichen als falsch. Das soll im Folgenden gezeigt werden.

Betrachten wir einen Stromkreis mit einer Gleichspannungsquelle, einem ohmschen Widerstand R und einer Induktivität L.



Für die Zählpfeile gelten folgende Verabredungen:

1. Die Spannungszählpfeile weisen vom Pluspol zum Minuspol der Spannungsquelle, also in Richtung abnehmenden Potentials.

2. Der Stromzählpfeil zeigt die technische Stromrichtung und hat somit die gleiche Richtung wie die Spannungszählpfeile.

Da für positive Werte von $\mathrm{d}I/\mathrm{d}t$ der Strom zunimmt, muss der Zählpfeil für $\mathrm{d}I/\mathrm{d}t$ dieselbe Richtung wie der Stromzählpfeil haben.

Wenn der Strom wächst, muss die induzierte Spannung, um dem entgegenzuwirken, am linken Ende der Spule ihren positiven Pol haben (genau wie die Spannung am Widerstand). Folglich hat U_L dieselbe Richtung wie $\mathrm{d}I/\mathrm{d}t$, weshalb gelten muss

$$U_L = L\frac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}t},$$

also ohne Minuszeichen. **In der Gleichung $U_R = I\,R$ steht ja auch kein Minuszeichen, obwohl auch diese Spannung ihrer Ursache entgegenwirkt!**

An zwei wichtigen Beispielen soll nun gezeigt werden, dass obige Gleichung richtige Ergebnisse liefert, während die Verfechter des Minuszeichens dabei immer etwas mogeln müssen.

Ein geschlossener Umlauf im Stromkreis ist ein geschlossener Umlauf in einem Potentialfeld, weshalb die Summe der durchlaufenen Potentialunterschiede null sein muss (2. KIRCHHOFFsches Gesetz):

$$U_R + U_L - U_0 = 0 \quad \Rightarrow \quad I\,R + L\frac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}t} - U_0 = 0.$$

Die Lösung dieser Differentialgleichung für die Anfangsbedingung $I(0) = 0$ ist dann

$$I = \frac{U_0}{R}\left(1 - e^{-\frac{R}{L}t}\right).$$

Betrachten wir nun noch eine Leiterschleife in einem inhomogenen Feld. Dann ist der magnetische Fluss durch diese Schleife

$$\boldsymbol{\Phi} = \int_A \mu_0 \boldsymbol{H} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{A},$$

wobei A die von der Leiterschleife umfasste Fläche ist. Dann gilt für die induzierte Spannung

$$U = \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{\Phi}}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\int_A \mu_0 \boldsymbol{H} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{A}. \tag{2.1}$$

Auch hier hätte ein Minuszeichen noch immer keinen Sinn, weil es keine Bezugsrichtung gibt. Setzt man nun jedoch

$$U = \oint_S \boldsymbol{E} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{s}, \tag{2.2}$$

wobei S die Umrandung der Fläche A sein soll, dann kommt die Richtung ins Spiel, in der die Leiterschleife durchlaufen wird, und das Linienintegral kann negativ sein. Verbindet man nun die beiden Gleichungen (2.1) und (2.2) und verabredet, dass der Umlaufssinn mit dem Flächenvektor d$\boldsymbol{A}$ eine Rechtsschraube bilden soll, dann muss man schreiben

$$\oint_S \boldsymbol{E} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{s} = -\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\int_A \mu_0 \boldsymbol{H} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{A},$$

weil die induzierte Feldstärke diesem Umlaufssinn entgegengesetzt gerichtet ist.

Über den Integralsatz von STOKES

$$\oint_S \boldsymbol{E} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{s} = \int_{\boldsymbol{A}} \mathrm{rot}\,\boldsymbol{E} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{A}$$

gelangt man dann schließlich zur 2. MAXWELLschen Gleichung

$$\mathrm{rot}\,\boldsymbol{E} = -\mu_0 \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{H}}{\mathrm{d}t}.$$