

Trägheit, Masse, Kraft – Eine systematische Grundlegung der Dynamik

Die grundlegenden Gesetze der Physik sind Verallgemeinerungen (manchmal auch Extrapolationen) von hinreichend häufigen und zuverlässigen Ergebnissen von Beobachtungen. Sie sind im mathematischen Sinn nicht beweisbar. Da sie keineswegs immer unmittelbar einsichtig sind (wie die Axiome der Euklidischen Geometrie und der Algebra), sind sie streng genommen keine Axiome. (Siehe dazu meinen Aufsatz „Die ersten beiden Newtonschen Axiome“ in „Die physikalische Rumpelkammer“ auf dieser Website.) Insofern unterscheidet sich ein systematischer Aufbau der Physik gründlich vom axiomatischen Aufbau der Mathematik. (Das hängt damit zusammen, dass die Physik eine Naturwissenschaft, die Mathematik aber eine Geisteswissenschaft ist.) Wenn eine axiomatische Grundlegung der Physik auch nicht möglich ist, so sollte die Grundlegung doch systematisch sein, das heißt hier: widerspruchsfrei (konsistent) und frei von zirkulären Definitionen und undefinierten Begriffen, wie beide z. B. bei Newton zu finden sind. Im Folgenden soll gezeigt werden, wie eine systematische Grundlegung der Dynamik aussehen kann. Ich behaupte nicht, dass sie neu ist, aber ich weiß, dass oft gegen sie verstoßen wird.

1 Das Grundgesetz der Trägheit (Trägheitsprinzip, „1. Newtonsches Axiom“)

Ein sich selbst überlassener Körper (ein Körper also, der keinerlei äußeren Einwirkungen ausgesetzt ist) verharrt im Zustand der Ruhe oder (falls er sich in Bewegung befindet) im Zustand der gleichmäßig geradlinigen Bewegung. Der Vektor seiner Geschwindigkeit ist also konstant.

Dieses auch als 1. Newtonsches Bewegungsgesetz bezeichnete Naturgesetz ist im strengen Sinn kein Erfahrungssatz, also nicht durch Beobachtungen belegbar, da es keinen sich selbst überlassenen Körper gibt. Es ist vielmehr eine geniale Extrapolation, die auf Kepler und Galilei zurückgeht. Das Gesetz gilt außerdem nur in nicht beschleunigten Bezugssystemen (Inertialsystemen).

2 Definition: »Kraft«

Die Ursache der Geschwindigkeitsänderung eines Körpers heißt »Kraft«. Eine Kraft kann ihren Ursprung in den Muskeln eines Lebewesens haben (Muskelkraft), in einem bewegten Medium (Wasserkraft, Windkraft), in der Erwärmung eines Körpers (Wärmekraft) und in der Anziehung oder Abstoßung zweier Körper (Gravitationskraft, elektrische und magnetische Kraft).

Eine Kraft kann außer der Beschleunigung eines Körpers auch andere Wirkungen haben: Sie kann einen frei beweglichen Körper im Erdfeld in seiner Position halten oder mit konstanter Geschwindigkeit nach oben oder unten bewegen, sie kann einen Körper elastisch oder plastisch verformen und sie kann »Reibungswiderstände« überwinden.

3 Definition der Gleichheit zweier Kräfte

Zwei Kräfte sind gleich, wenn sie am selben Körper unter gleichen Bedingungen die gleiche Beschleunigung hervorrufen. Diese Definition ist naheliegend und evident: Da die Kraft definiert ist als die Ursache von Beschleunigung, muss man wohl zwei Kräfte als gleich ansehen, wenn sie – je für sich – denselben Körper gleich beschleunigen. (Hier handelt es sich um eine theoretische, prinzipielle Definition. Wie geeignete Bedingungen zum Vergleich der Beschleunigungen hergestellt werden können, wird später gezeigt werden.)

4 Die Gewichtskraft

Die Gewichtskraft eines Körpers (kurz: sein Gewicht) ist die Kraft, mit der er von der Erde angezogen wird. Die Gewichtskraft ist abhängig vom Abstand des Körpers vom Erdmittelpunkt, folglich auf der Erdoberfläche abhängig von der geographischen Breite und von der Höhe des Beobachtungsortes über dem Meeresspiegel.

5 Definition der Gleichheit zweier Gewichtskräfte

Die Gewichte zweier Körper sind gleich, wenn sie an derselben Schraubenfeder am gleichen Ort gleiche Verlängerungen hervorbringen. Auch diese Definition ist naheliegend. Sie ist mit der unter 3 angegebenen Definition gleichwertig, wenn man diese auf beliebige Kräfte anwendet. Eine ebenfalls gleichwertige, aber präzisere Alternative ist: **Die Gewichte zweier Körper sind gleich, wenn die Körper auf einer Balkenwaage im Gleichgewicht sind.**

6 Definition des Vielfachen einer Gewichtskraft

Werden n Körper von gleichem Gewicht untereinander gehängt (oder zu einem Körper vereinigt), haben sie zusammen die n -fache Gewichtskraft eines einzelnen der Körper.

Auch das Vielfache der Gewichtskraft kann – völlig gleichwertig – mit Hilfe einer Balkenwaage definiert werden. (Ein Körper, der zwei Körpern von gleichem Gewicht das Gleichgewicht hält, hat das doppelte Gewicht wie einer dieser Körper, usw.) Man beachte:

Eine Balkenwaage eignet sich zwar zum Vergleich von Gewichten, nicht aber zu ihrer absoluten Messung, weil die Gewichte vom Ort abhängig sind.

7 Das Hookesche Gesetz

Nunmehr lässt sich das Hookesche Gesetz verifizieren: Die Verlängerung einer Schraubenfeder ist (innerhalb der Elastizitätsgrenze) der wirkenden Kraft proportional.

Damit können wir eine Schraubenfeder kalibrieren und zu vergleichenden Messungen (ohne Maßeinheit oder mit einer willkürlich gewählten provisorischen Maßeinheit) benutzen. Eine solche »Federwaage« kann dann auch zur Messung von anderen Kräften (z. B. Muskelkräften) benutzt werden.

8 Die Vektornatur der Kraft

Mit drei kalibrierten Federwaagen lässt sich nun verifizieren, dass zwei Kräfte sich vektoriell addieren (Kräfteparallelogramm) und eine Kraft in Komponenten beliebiger Richtung zerlegt werden kann.

9 Die schwere Masse eines Körpers

Das Gewicht eines Körpers hängt – außer von dem Ort, an dem er sich befindet – noch von einer dem Körper selbst innewohnenden Eigenschaft ab, von seiner »Empfänglichkeit« oder »Empfindsamkeit« gegenüber der Anziehung der Erde. Diese Empfindsamkeit hängt offenbar ab von der Menge seiner Substanz, konkreter: von der Anzahl seiner Protonen und Neutronen und – wenn auch in viel geringerem Maß – von der Anzahl seiner Elektronen. Den Träger dieser Eigenschaft des Körpers nennen wir seine schwere Masse und verabreden: **Die schwere Masse eines Körpers ist seinem Gewicht proportional.** Damit ist Folgendes gemeint: Ein Körper, der am selben Ort das doppelte Gewicht hat wie an anderer, hat auch die doppelte schwere Masse. (Man beachte: Dies ist eine sinnvolle, logisch geradezu zwingende Verabredung, aber kein Naturgesetz.) Ferner wird verabredet: **Die SI-Einheit der schweren Masse ist das Kilogramm (kg). Ein Kilogramm ist die schwere**

Masse des Internationalen Kilogramm-Prototyps aus Platin-Iridium, der im Internationalen Büro für Maß und Gewicht in Sèvres bei Paris aufbewahrt wird.

Wegen der Proportionalität von Gewicht und schwerer Masse können auch die schweren Massen zweier Körper mit einer Balkenwaage verglichen werden. So ist es möglich, Duplikate des Kilogramm-Prototyps herzustellen, sowie Körper mit definierten Massen, z. B. von 1 g, 2 g, 5 g, 10 g, 1 mg, 2 mg, usw., so genannte Massensätze. Mit einem geeigneten Massensatz und einer Balkenwaage kann dann die schwere Masse eines Körpers bestimmt werden.

10 Schwere Masse und Gewicht

Verabredungsgemäß sind schwere Masse m_s und Gewichtskraft G eines Körpers proportional:

$$G \sim m_s \quad \text{oder} \quad G = g m_s.$$

Die Proportionalitätskonstante g ist die »auf die Masse bezogene Gewichtskraft« G/m_s und ist gleich dem Betrag der Feldstärke des Gravitationsfeldes der Erde am betrachteten Ort. (Die Feldstärke selbst ist ein Vektor.) Da wir noch immer nicht in der Lage sind, Kräfte zu messen, können wir auch g nicht bestimmen.

11 Der Zusammenhang zwischen Kraft und Beschleunigung

Mit einer Luftkissenfahrbahn (Abbildung 1) oder einer Atwoodschen Fallmaschine (Abbildung 2) kann man nun untersuchen, was geschieht, wenn eine konstante Kraft auf einen Körper einwirkt, der in der Richtung der Kraft (nahezu) frei beweglich ist.

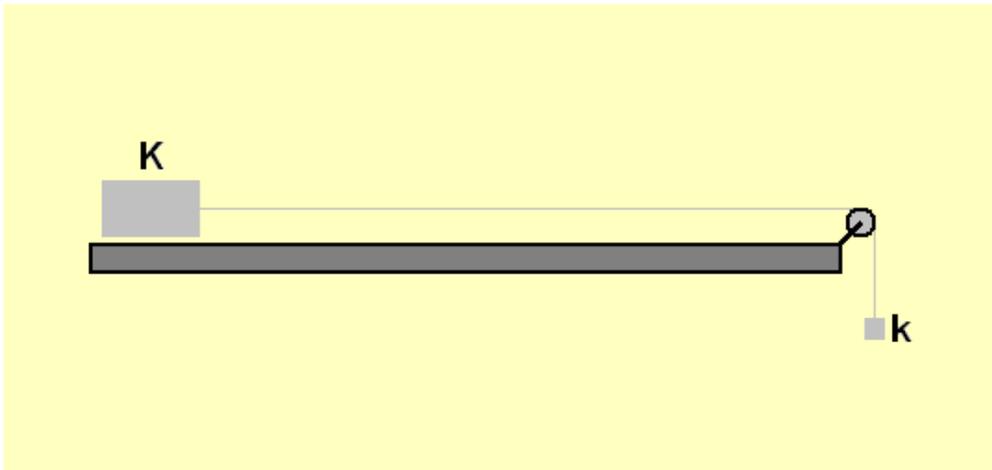


Abbildung 1: Luftkissenfahrbahn

Das zu beschleunigende System besteht aus dem Körper K mit der schweren Masse M und dem Körper k mit der schweren Masse m . (Das Trägheitsmoment und die Reibung der Rolle sowie die Masse der Schnur werden vernachlässigt.) Die auf das System ausgeübte beschleunigende Kraft ist die Gewichtskraft $G = m g$ des Körpers k . Durch Messung der Zeiten, die das System braucht, um verschiedene Strecken zurückzulegen, erhält man Aufschluss über den Verlauf der Bewegung.

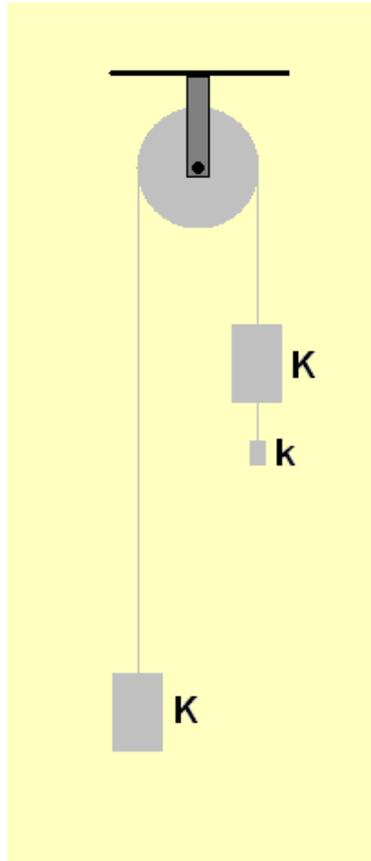


Abbildung 2: Atwoodsche Fallmaschine

Bei der Atwoodschen Fallmaschine besteht das zu beschleunigende System aus zwei gleichen Körpern K und dem Körper k . Die beschleunigende Kraft ist wieder die Gewichtskraft des Körpers k .

1. Ergebnis: Eine konstante Kraft erzeugt eine konstante Beschleunigung des Systems.

Wenn wir nun dem Körper k einen zweiten, dritten usw. Körper mit jeweils der gleichen Masse m hinzufügen, dann verdoppelt, verdreifacht usw. sich die beschleunigende Kraft (siehe dazu: 6 Definition des Vielfachen der Gewichtskraft). Damit die schwere Masse des gesamten Systems unverändert bleibt, müssen wir bei der Fahrbahn die Masse des Körpers K um m bzw. $2m$ usw. verringern, bei der Fallmaschine die Massen der beiden Körper K um jeweils $m/2$, bzw. $2m/2$ usw. vermindern.

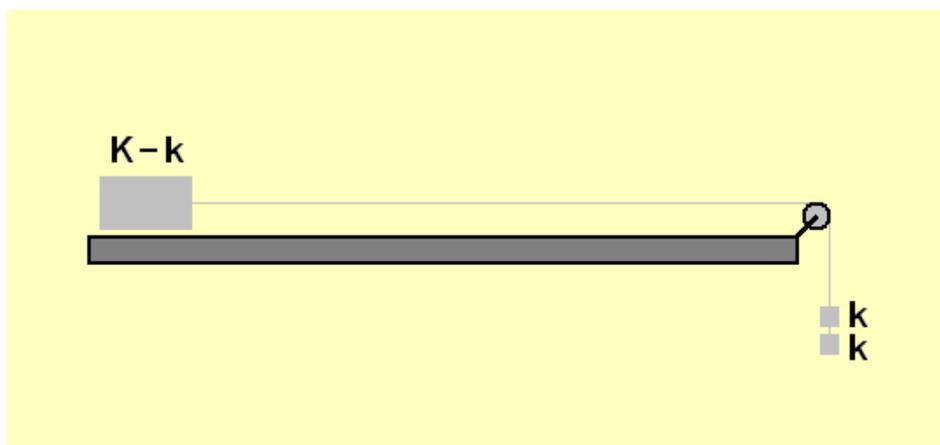


Abbildung 3

So erhalten wir das

2. Ergebnis: Die (Bahn-)Beschleunigung a des Systems ist dem Betrag F der wirkenden Kraft proportional:

$$a \sim F \text{ oder } F = k a,$$

wobei k eine Proportionalitätskonstante ist. In dieser Konstanten manifestiert sich eine charakteristische Eigenschaft des Systems, nämlich seine Trägheit. Je größer die Trägheit des Systems, desto größer ist die Kraft, die für die gleiche Beschleunigung benötigt wird, desto größer ist folglich auch k . Wir bezeichnen daher k als die träge Masse m_t des Systems. Die benötigte Kraft ist demnach bei gleicher Beschleunigung der trägen Masse des Systems proportional. Anders ausgedrückt: Die träge Masse des Systems ist gleich der auf die Beschleunigung bezogenen Kraft F/a . Gemäß dieser Vereinbarung ist

$$F = m_t a.$$

Betrachten wir nun einen Körper mit der schweren Masse m_s und der trägen Masse m_t , der sich in einem Punkt des Gravitationsfeldes der Erde mit der Feldstärke g befindet. Dann ist die Gewichtskraft des Körpers an dieser Stelle

$$G = g m_s.$$

Lässt man den Körper frei fallen, so erzeugt seine Gewichtskraft eine konstante Beschleunigung a , für die gilt

$$a = \frac{F}{m_t} = \frac{g m_s}{m_t} \Rightarrow m_t = \frac{g}{a} m_s.$$

Da die Beschleunigung a beim freien Fall für alle Körper am selben Ort erfahrungsgemäß denselben Wert hat, also a konstant ist, folgt daraus

$$m_t = k m_s \text{ oder } m_t \sim m_s.$$

Also: **Die träge Masse eines Körpers ist seiner schweren Masse proportional.** Dieses Ergebnis ist auf anderem Wege durch hochpräzise Messungen bestätigt worden. Es kann übrigens auch – wenngleich mit viel geringerer Genauigkeit – durch entsprechende Versuche mit der Fahrbahn und der Fallmaschine verifiziert werden, wie leicht zu erkennen ist.

Wegen dieser Proportionalität ist man übereingekommen, die träge Masse ebenfalls in Kilogramm zu messen und die träge Masse des Kilogramm-Prototyps als SI-Einheit der trägen Masse zu definieren. Dann haben die träge Masse und die schwere Masse eines Körpers stets den gleichen Größenwert. Dennoch gilt: Die träge Masse und die schwere Masse eines Körpers sind zwei völlig verschiedene Größenarten: Die träge Masse ist der Quotient aus Kraft und Beschleunigung, die schwere Masse ist der Quotient aus Gewicht und Gravitationsfeldstärke. Nur wegen der oben getroffenen Verabredung bezüglich ihrer Maßeinheiten und weil sie von gleicher Dimension sind (nämlich KRAFT/BESCHLEUNIGUNG) sind die Größenwerte von träger und schwerer Masse eines Körpers gleich. (Erst in der Allgemeinen Relativitätstheorie hat Albert Einstein gezeigt, dass träge Masse und schwere Masse identisch sind.)

Mit der Gleichung

$$F = m a,$$

die »**dynamisches Grundgesetz**« heißt, können wir nun die Maßeinheit für die Kraft definieren: **Die SI-Einheit der Kraft ist das Newton (N). Ein Newton ist die Kraft, die der Masse 1 kg die Beschleunigung 1 m/s² erteilt.** Aus dem dynamischen Grundgesetz folgt dann

$$1 \text{ N} = 1 \text{ kg m/s}^2.$$