1.5 Ruhemasse und »relativistische Masse« eines Körpers

1 Transversale und longitudinale Masse, Ruhemasse

Schon einige Jahre vor der Veröffentlichung von Albert Einsteins Aufsatz »Zur Elektrodynamik bewegter Körper« (Annalen der Physik, Jg. 17, 1905), womit er die Spezielle Relativitätstheorie begründete, war bekannt, dass schnell bewegte Elektronen bei Beschleunigung in Richtung ihrer Geschwindigkeit (longitudinal) eine größere Trägheit besitzen als bei Beschleunigung senkrecht dazu (transversal). H. A. Lorentz hat zur Charakterisierung dieses Phänomens die Begriffe »longitudinale und transversale Masse« eingeführt. Selbst die kleinere dieser beiden Massen, die transversale Masse, ist größer als die Masse eines ruhenden Elektrons, seine so genannte »Ruhemasse«.

Nach den experimentellen Befunden hat ein Elektron der Ruhemasse μ bei der Geschwindigkeit v die

$$\text{transversale Masse } m_t = \frac{\mu}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \qquad (1)$$

und die

$$\text{longitudinale Masse } m_l = \frac{\mu}{\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)^{3/2}} \qquad (2)$$

wobei c die Lichtgeschwindigkeit im Vakuum ist.

Dabei wurde die Masse gemessen, indem die wirkende Kraft durch die erzielte (transversale bzw. longitudinale) Beschleunigung dividiert wurde:

$$m = \frac{F}{a}. \qquad (3)$$

Dieser Messvorschrift liegt das dynamische Grundgesetz $F = m\,a$ zugrunde.

Eine Erklärung für dieses Phänomen lieferte erst die Spezielle Relativitätstheorie.

2 Die Masse eines Körpers in der Speziellen Relativitätstheorie

Im oben genannten Aufsatz zeigte A. Einstein, dass aus der Hypothese der Konstanz der Lichtgeschwindigkeit die Gruppe der Lorentz-Transformationen abgeleitet werden kann. Daraus wiederum konnte er Transformationsgleichungen für das elektrische und das magnetische Feld gewinnen und schließlich zeigen, dass ein bewegtes Elektron der Ruhemasse μ unter der Wirkung eines in seiner Bewegungsrichtung wirkenden elektrischen Feldes sich so verhält, als hätte es die Masse

$$m = \frac{\mu}{\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)^{3/2}}, \qquad (4)$$

also genau die Masse, die als longitudinale Masse bezeichnet wurde. Für die »transversale Masse« fand Einstein infolge eines Fehlers den falschen Wert

$$m = \frac{\mu}{1 - \frac{v^2}{c^2}}.$$

(A.a.O. S. 919) – (Siehe dazu: auch: www.si-pe.de in „Einstein: Zur Elektrodynamik bewegter Körper“) Ohne diesen Fehler ergibt sich aus der Relativitätstheorie auch für die transversale Masse der richtige Wert. Für die kinetische Energie *E* des bewegten Körpers fand Einstein den Wert

$$E = \mu c^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - 1 \right). \qquad (5)$$

Durch Reihenentwicklung des Bruchs erhält man daraus

$$E = \mu \left(\frac{v^2}{2} + \frac{3}{8} \frac{v^4}{c^2} + \cdots \right),$$

woraus sich für $v << c$ die klassische Formel $E = \frac{m}{2} v^2$ als sehr gute Näherung ergibt.

Die Erklärung für die Massenzunahme bei großen Geschwindigkeiten ergab sich erst durch die zweite Veröffentlichung Einsteins wenige Monate später („Ist die Trägheit eines Körpers von seinem Energieinhalt abhängig?“, Annalen der Physik, Jg. 18, 1905): Die Zunahme der Trägheit rührt her von der Trägheit der kinetischen Energie des Körpers. Diese entspricht der Masse

$$m_E = \frac{E}{c^2}.$$

Damit ergibt sich für die Gesamtmasse des Körpers mit Gleichung (5)

$$m = \mu + m_E = \frac{\mu}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}.$$

Diese Masse ist identisch mit der »transversalen Masse« m_t, für die auch die Bezeichnung »relativistische Masse« üblich ist. Sie wird in der Literatur und in Formelsammlungen meist als einzige genannt wird. Dies ist aber eine unzulässige Vereinfachung des Sachverhalts. Die Masse eines Körpers gilt als Ursache seiner Trägheit, d.h. seines Widerstandes gegen Beschleunigung. Die seiner »relativistischen Masse« entsprechende Trägheit hat ein schnell bewegter Körper aber nur gegenüber einer transversalen Beschleunigung, wobei der Betrag seiner Geschwindigkeit (seine Bahngeschwindigkeit) nicht geändert wird. Gegenüber longitudinaler Beschleunigung zeigt der Körper eine größere Trägheit, der eine größere Masse entspricht. Als Ursache dafür erweist sich die durch die Beschleunigung erzielte Änderung seiner Bahngeschwindigkeit, die zu einer Zunahme seiner kinetischen Energie führt. Die dafür erforderliche Energie muss von der beschleunigenden Kraft *F* zusätzlich aufgebracht werden. Nach dem Energiesatz ist

$$F \cdot \mathrm{d}s = \mathrm{d}E \quad \Rightarrow \quad F = \frac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}s} = \frac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}v}\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}\frac{\mathrm{d}t}{\mathrm{d}s} = \frac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}v} a \frac{1}{v}.$$

Der Faktor a ist die Bahnbeschleunigung dv/dt. Den Faktor dE/dv findet man durch Differenzieren der Gleichung (5) nach v und damit schließlich

$$F = \frac{\mu}{\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{3/2}} a.$$

Der Faktor vor der Bahnbeschleunigung a ist genau die so genannte longitudinale Masse.