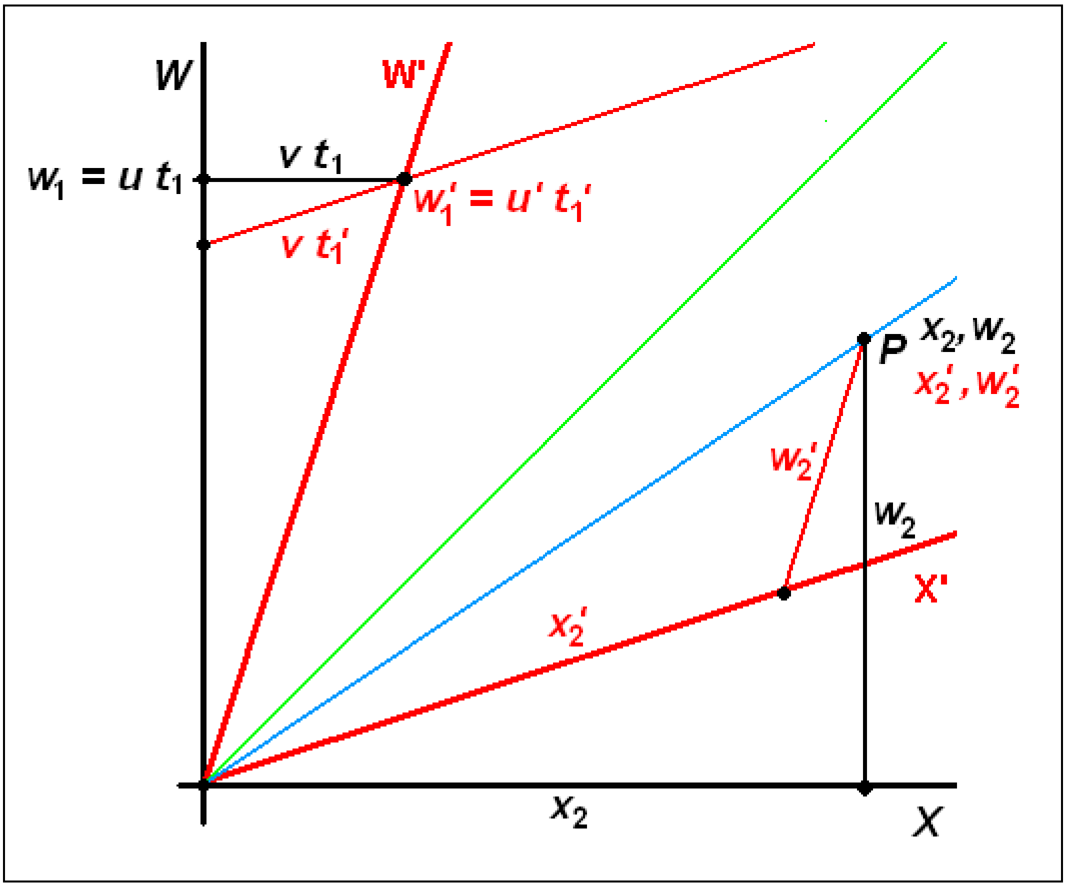
Anlage 06: Nachweis, dass die Lichtgeschwindigkeit in allen Inertialsystemen nur dann gleich ist, wenn sie sich mit Lichtgeschwindigkeit in Richtung der *W*-Achse bewegen.

Das System *S* bewege sich in einem pseudoeuklidischen Raum von der in Anlage 5 beschriebenen Metrik mit der Geschwindigkeit $u < c$ in Richtung der *W*-Achse. Das System *S'* bewege sich mit der Geschwindigkeit *v* auf der *X*-Achse nach rechts und mit der Geschwindigkeit *u'* nach oben. Die Lichtgeschwindigkeit im System *S'* sei *c'*.

Zur Zeit $t = t_1$ haben O_1 und O_1' die Ordinate $w_1 = u\, t_1$ bzw. $w_1' = u'\, t_1'$; O_1' hat im System *S* die Abszisse $x_1 = v\, t_1$.

Ein von *O* zur Zeit $t = 0$ ausgehender Lichtimpuls bewegt sich, da $c > u$ ist, nicht auf der Winkelhalbierenden des ersten Quadranten (grün), sondern auf einer Geraden geringerer Steigung (blau).



Für die Koordinaten eines jeden Punktes gilt wegen der Metrik des Raumes

$$\textbf{(1)} \qquad w^2 - x^2 = w'^2 - x'^2$$

Für einen Punkt auf der Winkelhalbierenden des schwarzen Systems gilt wegen $w = x$ außerdem

$$w^2 - x^2 = 0$$

Also ist wegen Gleichung (1) auch

$$w'^2 - x'^2 = 0$$

und folglich $w' = x'$

Das heißt, die Winkelhalbierende des schwarzen Systems ist auch die Winkelhalbierende des roten Systems, und die roten Achsen liegen symmetrisch zur grünen Winkelhalbierenden.
Folglich sind auch die beiden rechtwinkligen Dreiecke links bzw. links oben nach wie vor ähnlich (siehe dazu Anlage 5). Folglich ist

$$u' = u$$

Das System S' bewegt sich also genau so schnell nach oben wie das System S.

Für die Koordinaten des Punktes P gilt wegen der pseudoeuklidischen Metrik:

$$x_2^2 - w_2^2 = (x_2')^2 - (w_2')^2$$

oder

$$x_2^2\left[1-\left(\frac{w_2}{x_2}\right)^2\right] = (x_2')^2\left[1-\left(\frac{w_2'}{x_2'}\right)^2\right]$$

Mit $w_2 = u\, t_2$, $x_2 = c\, t_2$, $w_2' = u\, t_2'$ und $x_2' = c'\, t_2'$ ergibt sich daraus:

$$x_2^2\left(1-\frac{u^2}{c^2}\right) = (x_2')^2\left(1-\frac{u^2}{(c')^2}\right)$$

Da x_2 ungleich x_2' ist (anderenfalls müsste auch $w_2 = w_2'$ sein, was offensichtlich nicht der Fall ist), muss auch c' ungleich c sein. Also: Wenn u ungleich c ist, ist die Lichtgeschwindigkeit in beiden Systemen ungleich. Zusammen mit dem Ergebnis von Anlage 5 ergibt sich daraus: Genau dann, wenn $u = c$ ist, ist die Lichtgeschwindigkeit in beiden Systemen gleich.